



CRIVELLIN PROGETTAZIONI s.r.l
Via Euclide. milano 23
2042 Bra (CN)
Sito Web : www.crivellin.com
E-mail: progettazioni.crivellin@gmail.com

Annexe à GEAR -1

Dimensionnement d'une couple d'engrenages cylindrique à fatigue

Mode d'emploi

Symbologie**R = rupture****P = pression de surface**

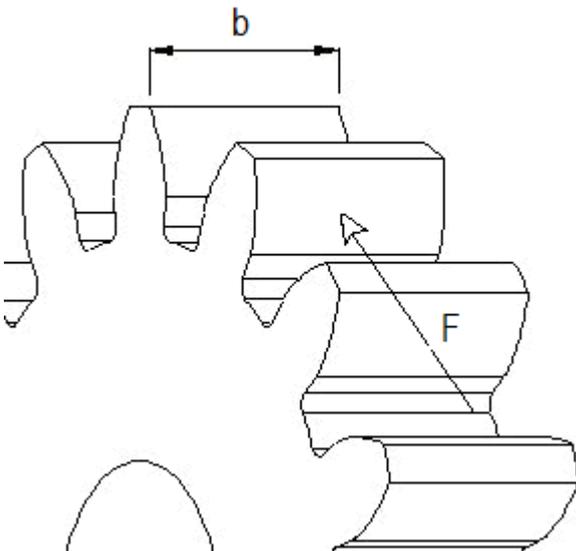
Symboles	Description	Unité	
b	Largeur de denture	mm	R-P
m_o	Modul normal (outil)	mm	R
X_m	Déport denture (corrigée) sur le rayon	mm	-
x	Coefficiente du déport		-
F	Force tangentielle sur le diamètre primitif	daN	R-P
Ω	Coefficient de correction de tension base	-	P
d1	Diametre primitif du pignon (Z1)	mm	P
Cr	Facteur de rapport	-	P
C_β	Facteur d'inclination denture	-	P
Kv	Facteur dynamique	-	R-P
K_{HL}	Facteur de durée à pression superficielle	-	P
K_M	Facteur de contact	-	R-P
K_A	Facteur d'application	-	R-P
K_{BL}	Facteur de durée à rupture	-	R
Y_ε	Facteur de conduite	-	R
Y_F	Facteur de forme Lewis	-	R
Y_β	Facteur d'inclination denture	-	R
$\sigma_{b \text{ lim}}$	Limite endurance pour la pression de Hertz	daN/mm ²	R
σ_b	Limite endurance du material	daN/mm ²	R

Dimensionnement d'une couple de roues dentées avec les axes parallèles.

On doit calculer la largeur de la denture du pignon et de la roue, soit à la rupture, soit à la pression de superficielle.

La plus grande de ces quatre valeurs sera choisi pour la largeur des dents des deux roues dentées.

Dimensionnement à la pression superficielle.



Pour un angle de pression $\alpha_n = 20^\circ$

$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

Pour $\alpha_n = 15^\circ$ multiplier F pour 0.92

Pour $\alpha_n = 17^\circ 30'$ multiplier F pour 0.96

Pour $\alpha_n = 25^\circ$ multiplier F pour 1.07

b= largeur de la denture in mm.

F = Force tangentielle sur le diamètre primitif (daN)

d₁ = Diametre primitif du pignon (Z1) (mm)

L'engrenage calculée avec la formule ci-dessus peut supporter une surcharge instantanée jusqu'à 3*F pour un temps de 15÷20sec.

Etant donné une puissance P à transmettre (Kw)
et un certain nombre de tours par minute (RPM)



$$\text{Couple} = \frac{954.9 * P}{\text{RPM}} = (\text{daN} * \text{Mt}) \quad F = \frac{\text{Couple} * 2000}{d1} = \text{daN}$$

Q0 Material

0.1-0.2	Fonte
0.2-0.8	Acier non traitée
0.8-1.3	Acier durcissement de surface à induction
1-1.5	Acier cémenté et trempé

C_r = Facteur de rapport (égal pur pignon et roue)

$$i = \frac{Z2}{Z1}$$

Pour une denture exterieure $C_R = \frac{i}{i + 1}$

Pour une denture interieure $C_R = \frac{i}{i - 1}$

C_β = Facteur d'inclination (égal pour pignon et roue)

Il dépend de l'angle d'inclination d'hélice β - $C_\beta = 1 + (0.0376 * \beta^{0.658})$

Tenadance de C_β

β°	C _β
0°	1
5°	1.10
10°	1.18
15°	1.24
20°	1.28
25°	1.32
30°	1.35
35°	1.38
40°	1.40

K_v = Facteur dynamique (égal pour pignon et roue)

V_p = ADMISSIBILE – (20-25 m/1")

$$V_p = \text{vitesse périphérique en mètres /sec.} = \frac{d1 * \pi * \text{RPM}}{60000}$$

Les engrenages sont divisés en quatre classes de qualité.

Classe 1 - Denture de précision extrême pour engrenages à grande vitesse (jusqu'à et plus 100 m/sec) Finition de meulage.

Classe 2 - Denture de précision (50 m/sec) Finition de meulage.

Classe 3 - Buona qualité (20 m/sec). Finition d'outil

Classe 4 - Mediocre qualité (5 m/sec)

$$K_v = \begin{array}{l} \text{classe 1} = \frac{30}{30 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 2} = \frac{12}{12 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 3} = \frac{6}{6 + \sqrt{V_p}} \\ \text{classe 4} = \frac{3}{3 + \sqrt{V_p}} \end{array}$$

K_{HL} = Facteur de durée à pression superficielle (Différent pour pignon et roue)

Lorsque la transmission a un rapport cyclique variable doit tenir compte d'une durée équivalente.

D_0 = durée équivalente.

$C_1 - C_2 \dots \dots C_n$ = différentes charges

$D_1 - D_2 \dots \dots D_n$ = Durées connexe aux différentes charges $D_1 + D_2 \dots \dots D_n$ = Durée total
La durée équivalente est exprimée en fonction de la charge maximale qui on appelle C_1

$$D_0 = D_1 + D_2 * \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^n + \dots + D_n * \left(\frac{C_n}{C_1} \right)^n$$

$n = 10$ pour le calcul à rupture $n = 6$ pour le calcul à pression superficielle
 K_{HL} est exprimée en fonction du nombre de cycles.

$$K_{HL} = 8.44 * n^{\circ} \text{ cicli}^{-0.13}$$

Tendance de K_{HL}

K_{HL}	Numero cicli
2	10^5
1.45	10^6
1	10^7
0.7	10^8
0.5	10^9
0.5	10^{10}

N.B.

Dans le cas d'une roue de intermédiaire le nombre de cycles doit être multiplié par 2.

K_M = Facteur de contact (égal pour pignon et roue)



Dépend du rapport $\frac{b}{d_1}$

b = largeur de la denture
d1 = diamètre primitif du pignon

K_M	b/d ₁
1	1
0.95	1.5
0.84	2
0.72	2.5

En dépit d'être une valeur inconnue, b peut être réglé avec le calcul $K_M = 1$ qui est une valeur valide dans presque tous les cas.

Le rapport b / d1 ne doit pas dépasser la valeur de 2.

Le maximum absolu est de 2,5

K_A = Facteur d'application (égal pour pignon et roue)

Type de choc

Fonctionnement sans choc	1
Fonctionnement avec choc modéré	2
Fonctionnant avec choc considérable	3

Elément moteur	Type de choc	Jusqu'à 12 heures / jour	24 heures / jour
Moteur électrique	1	1	0.95
	2	0.8	0.7
Turbine	3	0.67	0.50
Moteur à combust. Interne monocylindre	1	0.8	0.7
	2	0.67	0.57
	3	0.57	0.45
Moteur à combust. Interne pluricylindre	1	0.67	0.57
	2	0.57	0.45
	3	0.45	0.35

Pour les installations qui nécessitent la sécurité absolue, diviser ces valeurs par 1,25 ÷ 1,4

Dimensionnement à la rupture

$$b = \frac{F * Y_{\epsilon} * Y_F * Y_{\beta}}{\sigma_{b \text{ lim}} * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

b = largeur de la denture en mm

m₀ = modul normal (outil)

F = Force tangentielle sur le diamètre primitif en daN.

L'engrenage calculée avec la formule ci-dessus peut supporter une surcharge instantanée jusqu'à 2* F pendant une durée de 15 à 20 sec.

Y_{ϵ} = Facteur de conduite (égal pur pignon et roue)

Avec les dents de la classe 1 et 2, dans l'ancienne norme était prévu :

$$Y_{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon_{\alpha}}$$

Avec la nouvelle formule I.S.O.: $Y_{\epsilon} = 0.25 + (0.75 / \epsilon_{\alpha})$

Avec denture de classe 3, de lourdes charges et la denture Classe 4.: **$Y_{\epsilon} = 1$**

ϵ_{α} = rapport de conduite (il vaut mieux que soit supérieur à 1,30)

(relatif a Z1) (relatif a Z2)

$$\epsilon_{\alpha} = Y_1 * U_1 + Y_2 * U_2$$

$$Y = \frac{ha}{m} = \frac{\text{addendum}}{\text{modul}} \quad \text{dans les dentures normal} = 1$$

U = coefficient dépendant de Z1 et Z2 et l'angle α de pression de **fonctionnement**. **α'** .

Z	α'							
	12°30'	15°	17°30'	20°	22°30'	25°	27°30'	30°
10	0.8	0.75	0.7	0.68	0.64	0.62	0.6	0.6
15	0.9	0.8	0.75	0.72	0.69	0.67	0.64	0.62
20	0.95	0.85	0.80	0.77	0.73	0.69	0.66	0.65
25	1	0.9	0.83	0.8	0.75	0.71	0.68	0.67
30	1.05	0.95	0.87	0.83	0.78	0.73	0.69	0.68
40	1.1	1	0.9	0.87	0.8	0.75	0.7	0.69
50	1.15	1.05	0.95	0.89	0.82	0.77	0.71	0.7
70	1.2	1.1	1	0.9	0.84	0.79	0.72	0.72
100	1.3	1.15	1.03	0.92	0.85	0.8	0.73	0.72
150	1.35	1.18	1.05	0.95	0.88	0.81	0.75	0.73
250	1.4	1.2	1.1	0.97	0.9	0.81	0.75	0.73

Y_F = est fonction du nombre de dents, la correction éventuelle, l'angle de pression α_0 , le rayon de courbure au niveau du fond de dent, etc.

$Z_i = N^{\circ}$ dents imaginaire = $Z / (\cos \beta)^3$ pour les dentures hélicoïdales

$Z_i = Z$ pour dentures droite

X_m = Déport denture (corrigée) sur le rayon en mm,

x = coefficient de déplacement (du déport) = X_m / m_n

Pour $\alpha_0 = 20^\circ$, Y_F II est indiqué dans le tableau ci-dessous.

X

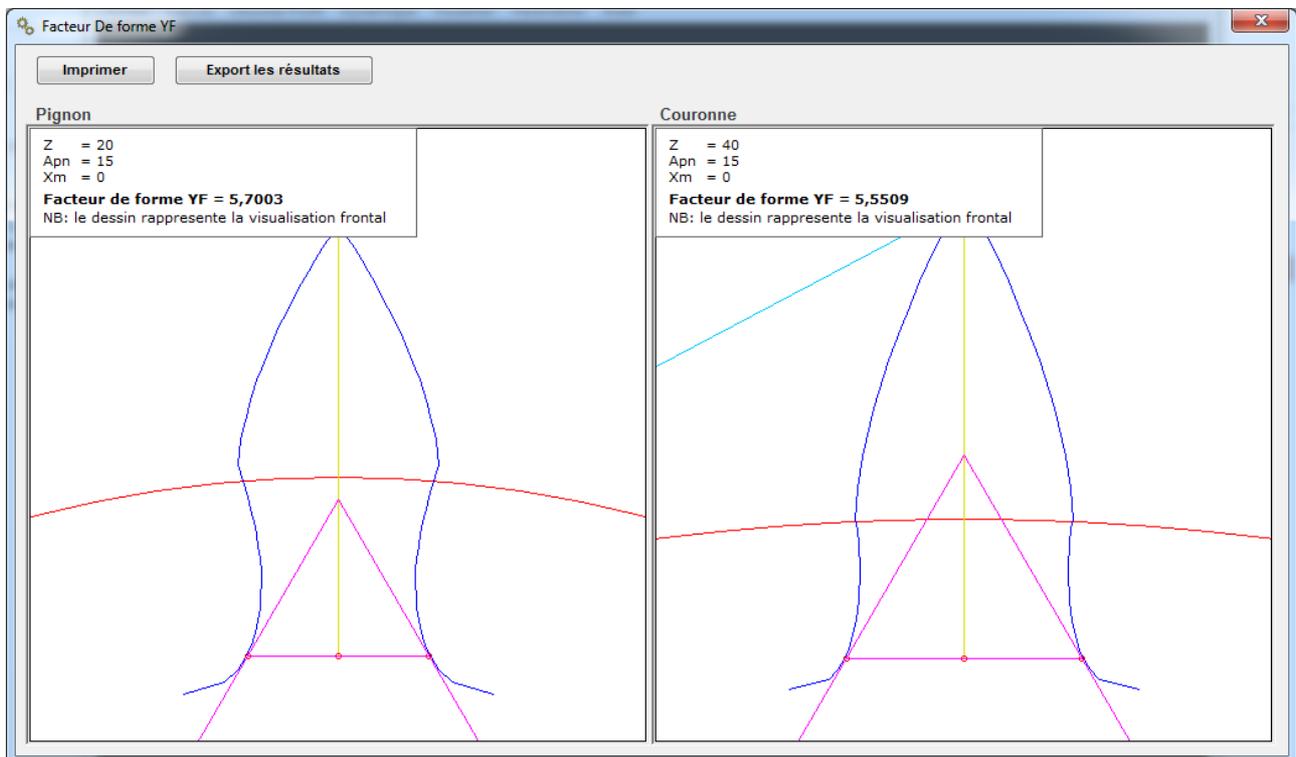
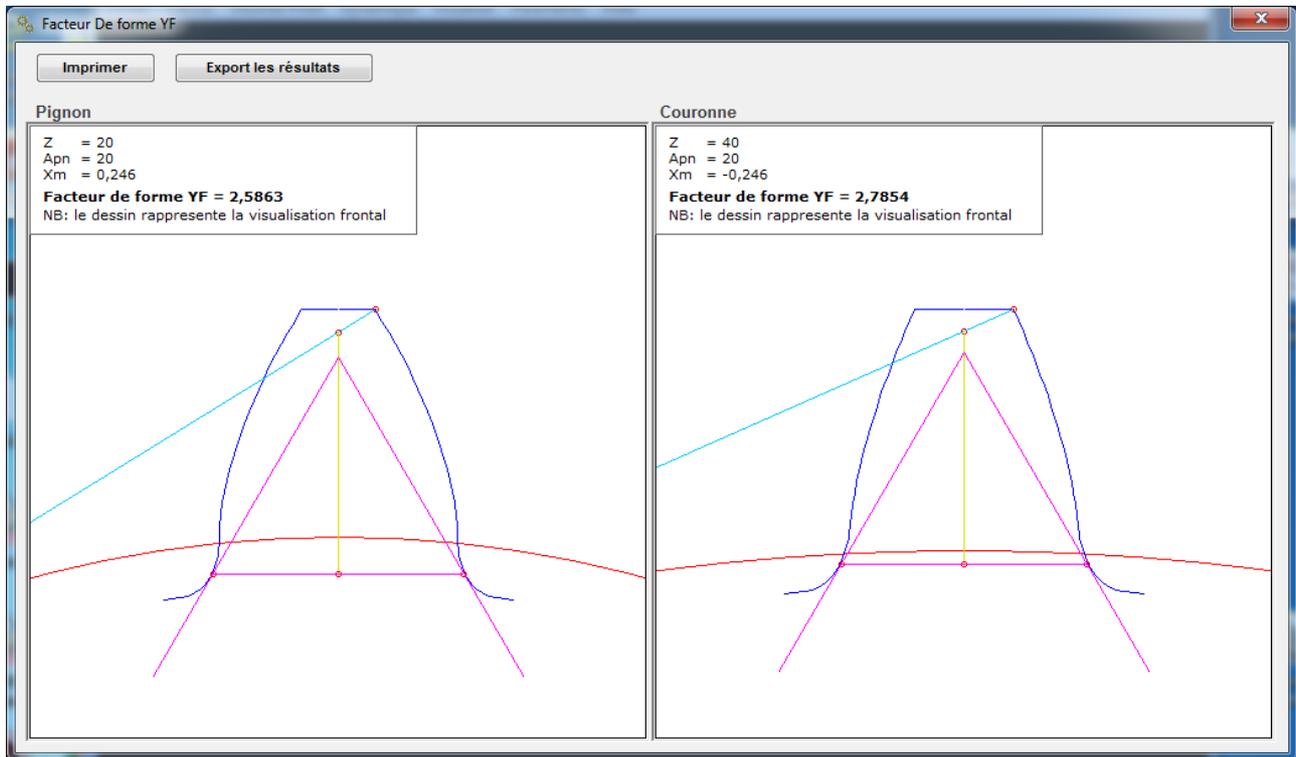
Zi	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5
15	-	-	-	-	-	-	2.85	2.66	2.51	2.36	2.24
20	-	-	-	-	2.97	2.78	2.60	2.48	2.38	2.28	2.17
25	3.55	3.35	3.11	2.93	2.77	2.6	2.48	2.38	2.30	2.22	2.14
30	3.25	3.08	2.91	2.74	2.62	2.5	2.40	2.32	2.25	2.18	2.12
40	2.90	2.78	2.68	2.58	2.47	2.38	2.32	2.27	2.21	2.16	2.10
50	2.70	2.62	2.53	2.47	2.38	2.32	2.28	2.22	2.18	2.14	2.08
70	2.52	2.47	2.39	2.35	2.30	2.27	2.22	2.18	2.15	2.11	2.07
100	2.38	2.34	2.30	2.27	2.23	2.20	2.18	2.14	2.12	2.09	2.06
150	2.28	2.26	2.24	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.06
200	2.23	2.21	2.18	2.17	2.16	2.14	2.13	2.11	2.09	2.07	2.06
300	2.18	2.17	2.16	2.15	2.14	2.11	2.10	2.09	2.08	2.06	2.06
500	2.14	2.13	2.12	2.11	2.10	2.09	2.08	2.07	2.06	2.05	2.06

Pour $\alpha_0 = 15^\circ$ multiplier pour 1.22

Pour $\alpha_0 = 25^\circ$ multiplier pour 0.848

“GEAR 2 CALCULATION”, calcule le facteur de forme de Lewis, quel que soit le profil des dents, même les plus absurdes.

11



Y_{β} = Facteur d'inclination denture β . (égal pour pignon et roue)

Y_{β}	β
1	0°
0.93	5°
0.87	10°
0.82	15°
0.78	20°
0.76	25°
0.75	30°
0.75	35°
0.74	40°

$\sigma_{b \text{ lim}}$ = Limite endurance pour la pression de Hertz. Ça dépend du matériel.

Dans le cas d'une roue intermédiaire multiplier $\sigma_{b \text{ lim}}$ pour $\frac{3}{4}$

Material	σ_b
Fontes grises	5-8
Fontes spéciales	8-12
Bronzes	6-8
Aciers au carbone	12-18
Acier liés	20-25
Acier liés, trempé total	25-35
Acier liés de cémentation	30-42

K_{bL} = Facteur de durée à rupture (Différent pour pignon et roue)
 Ce valeur est exprimée en fonction du nombre de cycles.

K _{bL}	Nombre cycles
1.6	10 ⁵
1.25	10 ⁶
1	10 ⁷
0.8	10 ⁸
0.65	10 ⁹
0.65	10 ¹⁰

N.B.

Dans le cas d'une roue intermédiaire multiplier le nombre des cycles pour 2

Après avoir choisi la largeur de la denture, on va vérifier σ_b contrainte réelle
 Soit pour le pigno, soit pour la roue.

$$\sigma_b = \frac{F_t}{b * m_0} * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta$$

Exemple de calcul

Nombre dents pignon $Z_1 = 30$
 Nombre dents roue $Z_2 = 90$
 Angle de pression $\alpha = 20^\circ$
 Modul $m_0 = 2.5$

$d_1 = 75$
 $d_2 = 225$
 RPM pignon = 2100
 Entraînement avec moteur électrique - Chocs modérés

Material pour le deux engrenages = 18 Ni Cr Mo 5 Cmt. Tmp

$\sigma_{blim} = 42$
 $\Omega = 1.3$
 Denture de bonne precision Classe 2, ($V_p < 50$ m/sec.)
 Durée = 20000 heures
 Chocs modérés =< 12 ore/jour (Facteur de servizice 0.8)
 Couple sur le pignon =
 max 17 daN pour 30% de la durée
 moyenne 12 daN pour 50% de la durée
 minimum 5 daN pour 20% de la durée

Dimensionnement à la rupture

$$b = \frac{F * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta}{\sigma_b \lim * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

$$F = \frac{17 * 2000}{75} = 453 \text{ daN}$$

$$Y_1 = Y_2 = 1$$

$$\epsilon_\alpha = 1 * 0.83 + 1 * 0.917 = 1.747$$

Avec la nouveau formule I.S.O. :

$$Y_\epsilon = 0.25 + (0.75 / \epsilon_\alpha) = 0.25 + (0.75 / 1.747) = 0.679$$

$Y_F = 2.5$ pour le pignon, 2.2 pour la roue

$Y_\beta = 1$

$$v_p = \frac{\pi * 75 * 2100}{60000} = 8.24 \text{ m/sec}$$

$$K_v \text{ (classe 2)} = \frac{12}{12 + \sqrt{8.24}} = 0.8$$

Durée équivalente D_0 à pression superficielle
 $6000 + 10000(12/17)^6 + 4000(5/17)^6 = 7239$ heures

Durée équivalente D_0 ° rupture
 $6000 + 10000(12/17)^{10} + 4000(5/17)^{10} = 6307$ heures

N° cycles pignone = $RPM * D_0 * 60 = 2100 * 7239 * 60 = 912.144.000$
 $< 109, > 108 \quad K_{bL} \cong 0.65$

N° cycles corona = $912.144.000 * Z1/Z2 = 304.038.000$
 $< 109, > 108 \quad K_{bL} = 0.8$

$K_{bL} = 0.65$ pour le pignon 0.8 pour la roue

$K_M = 1$

$K_A = 0.8$

$$b \text{ pignon} = \frac{453 * 0.679 * 2.5 * 1}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.65 * 1 * 0.8} = 17.6$$

$$b \text{ roue} = \frac{453 * 0.679 * 2.2}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.8 * 1 * 0.8} = 12.6$$

Calcul a pression superficielle

$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

$$C_r = \frac{3}{3 + 1} = 0.75$$

$$C_\beta = 1$$

$$K_{HL} = 8.44 * 912.144.000^{-0.13} = 0.577 \quad \text{pour le pignon}$$

$$K_{HL} = 8.44 * 304.038.000^{-0.13} = 0.666 \quad \text{pour la roue}$$

$$b \text{ pignon} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.577 * 1 * 0.8} = \mathbf{16.77}$$

$$b \text{ roue} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.666 * 1 * 0.8} = \mathbf{14.53}$$

Nous avons donc quatre valeurs dans lesquelles nous devons choisir la plus grande.

	rupture	pression superficielle.
b pignon	17.6	12.5
b roue	12.6	14.5

Il est donc nécessaire de disposer d'une largeur b denté égal ou supérieur 17.6 mm

Largeur de la denture recommandé = 20

Ce qui est une valeur plus élevée des quatre mesures.

Calculs de la résistance à la rupture réelle
(Remarquer qui est influencée par le facteur Lewis)

$$\text{Pignon } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.5 * 1 = 15.38 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{Roue } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.2 * 1 = 13.53 \text{ daN/mm}^2$$